

Martingales discrètes

Jérémy Zurcher

12 Juin 2024

Résumé

Je vous propose dans cet exposé de partir, comme d'habitude, par l'un des théorèmes préférés des probabilistes : la loi des grands nombres. Une des hypothèses primordiales est l'indépendance entre les variables. Et si on décidait d'abandonner ça ? On doit alors préciser comment les variables dépendent des autres. Une manière qui fonctionne pas mal est alors de partir de martingales. Nous allons donc introduire ce qu'est une espérance conditionnelle, qui permet de préciser en quelque sorte les dépendances. Il s'agit d'une notion d'approximation selon des informations connues. Après quelques exemples de calculs, on pourra alors définir une martingale, qui n'est rien d'autre qu'une suite d'approximation de variables aléatoires. Nous allons voir que sous des hypothèses pas trop lourdes (bornées par exemple), les martingales convergent. Nous concluons sur une application sur un théorème d'analyse que j'aime beaucoup : le théorème de Rademacher pour les fonctions lipschitziennes.